

GRAFICA DE SOLUCIONES - CAMPO DE DIRECCIONES

Mg. Ing. Patricia Cuadros

Resolver una ecuación diferencial es encontrar una expresión analítica que la satisface, sin embargo hay otra manera de representar la solución, que con frecuencia es muy útil y fácil de entender. Se pueden visualizar la apariencia o las formas de las soluciones de una ecuación diferencial trazando el campo de direcciones de la misma. En consecuencia es posible percibir a golpe de vista, ciertos aspectos cualitativos de las soluciones; por ejemplo, regiones en el plano en las que la solución muestra un comportamiento fuera de lo normal. Una sola curva de solución que abre camino a través de un campo de direcciones debe seguir el patrón de líneas de flujo del campo y ser tangente a un elemento lineal cuando pase por un punto de la red.

La derivada, $y' = \frac{dy}{dx}$, de una función diferenciable $y = y(x)$ geométricamente es la pendiente de la recta tangente en cada punto de su gráfica.

Como la solución de una ecuación diferencial de primer orden $y' = f(x,y)$, es una función diferenciable en I , $y = f(x)$, que posee recta tangente en cada punto perteneciente a la función. La gráfica de una solución de una ecuación diferencial se denomina en algunas ocasiones una curva solución de la ecuación. Desde un punto de vista geométrico, una curva solución de la ecuación diferencial $y' = f(x,y)$ es, entonces, una curva en el plano cuya línea tangente en cada punto (x,y) tiene una pendiente $m = f(x,y)$. La gráfica de un segmento de la recta tangente en cada punto (x,y) es el campo de direcciones o de pendientes de la ecuación diferencial de primer orden.

Definición: la terna (x,y,y') determina la dirección de una recta que pasa por el punto (x,y) . El conjunto de los segmentos de estas rectas es la representación geométrica del campo de direcciones.

Para esta gráfica es importante contar con un software que facilita la visualización del campo.

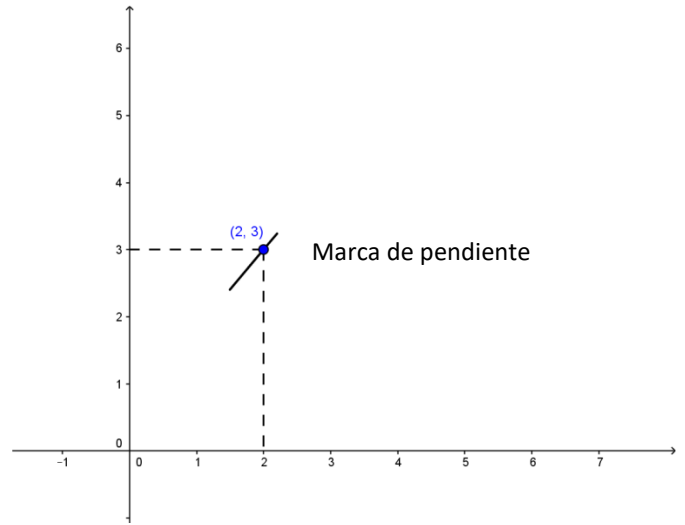
Ejemplo: Encontrar el campo de direcciones de $\frac{dy}{dx} = 0,2x y$ y la curva solución que pasa por el punto $(2,3)$ y la que pasa por $(0,-2)$

En el punto (2,3): $y' = 0,2 \cdot 2 \cdot 3 = 1,2$, es la pendiente de la recta tangente en ese punto

La ecuación de la recta tangente en el punto es : $y = 1,2x + 0,6$.

Se grafica un segmento de la recta tangente en este punto. Suele denominarse marcas de pendiente.

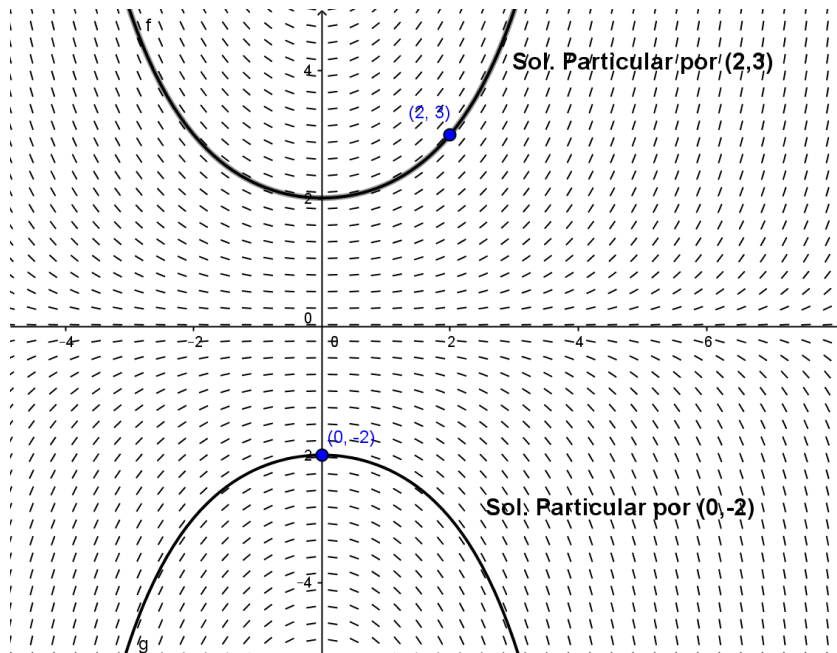
Así debe hacerse en un número grande de puntos para visualizar el campo de direcciones.



Podemos intentar dibujar una curva solución que traza su camino a través del campo de direcciones en una forma tal que sea tangente para cada uno de los segmento o marcas de pendiente que intersekte.

Con Geogebra las sentencias a usar son: `CampoDirecciones[f(x,y)]`

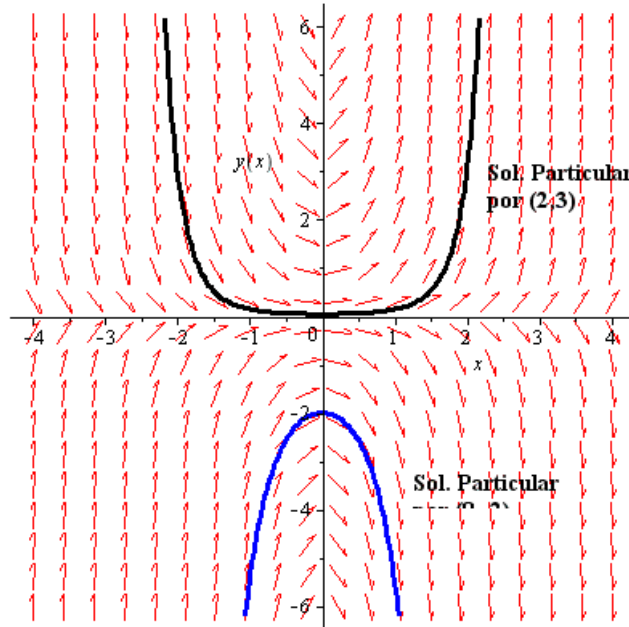
`ResuelveEDO[f(x,y),punto]` para la gráfica de la solución particular.



Con Maple:

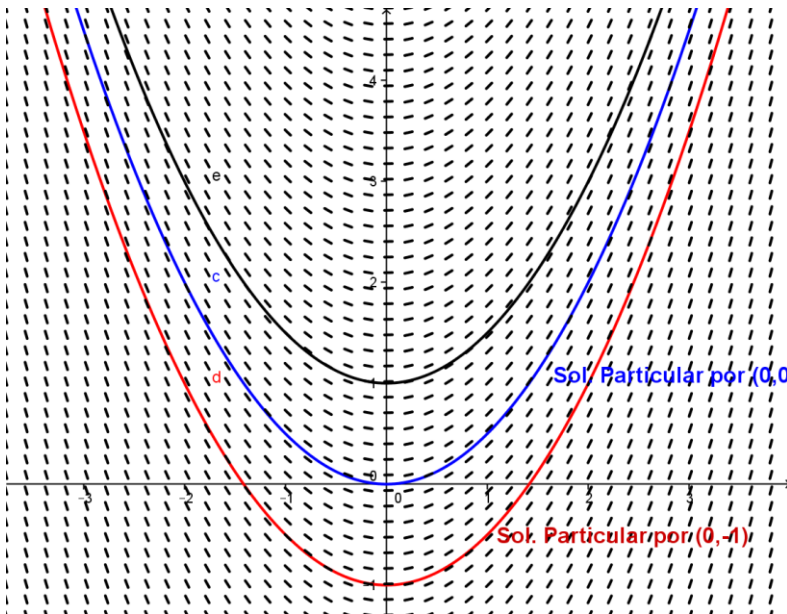
>with(DEtools) :

```
> DEplot(D(y)(x)-2*x*y(x)=0,y(x),x=-4..4,[y(2)=3],[y(0)=-2]),y=-6..6,stepsize=0.03,linecolor=[black,blue]);
```

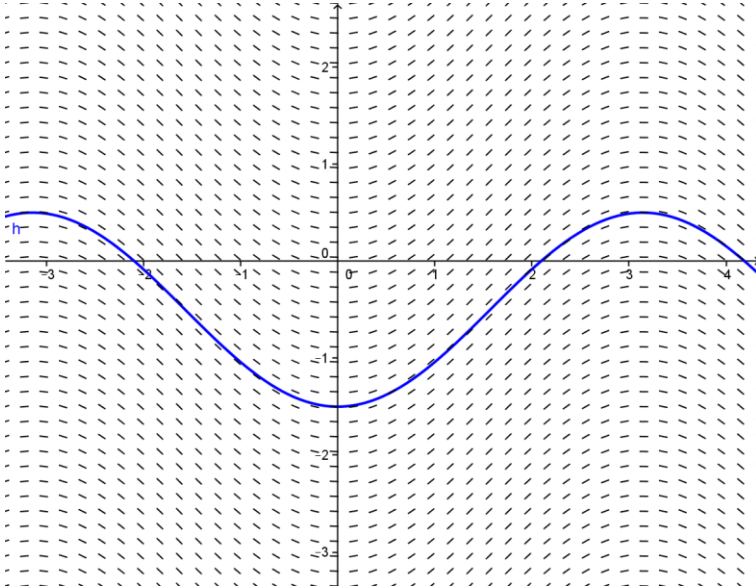


La sentencia es: DEtool(ec. Dif., var. Dependiente, rango de var. Indep, condic iniciales, rango var dependiente, opciones)

Ejemplo: Encontrar el campo de direcciones de $y' = x$, y las soluciones particulares que pasen por (0,0), (0,-1) y (0,1)



Ejemplo: Encontrar el campo de direcciones de $y' = \sin x$. La solución particular que pasa por $(0, -3/2)$



Ejercicio 1: Encontrar el campo de direcciones de $y' + y = x$, y la solución particular que pasa por $y(0)=4$.

Ejercicio 2: Encontrar el campo de direcciones de las ecuaciones diferenciales dadas y las soluciones particulares que pasan por los puntos indicados.

- a) $y' = -y$, y la solución particular que pasa por $y(0)=4$.
- b) $y' = x^2 + y^2$, la solución particular que pasa por $y(0) = 0$
- c) $y' = y - \sin x$, las soluciones particulares para $(0,1)$ y $(2,0)$